

Berufsfachschulen Graubünden

Aufnahmeprüfung für die Berufsmaturität Mathematik

30. März 2022

Name: _____

Vorname: _____

Lösungen

- Teil A und B dauern je 45 Minuten.
- Teil A ist ohne Taschenrechner zu lösen.
- Teil B darf mit Taschenrechner gelöst werden.
- Für die Lösungen stehen Ihnen karierte Blätter zur Verfügung.
- Lesen Sie die Hinweise auf der ersten Seite der Aufgabenblätter aufmerksam durch!

Ergebnis (bitte leer lassen)

Teil	Aufgabe	mögliche Punktzahl	erreichte Punktzahl
A	1	4.5	
	2	10	
	3	4.5	
	4	3.5	
	5	2	
	6	4	
B	7	6.5	
	8	4	
	9	4	
	10	4	
	11	4	
	12	6	
Total		57	

Note:

Unterschrift ExpertIn

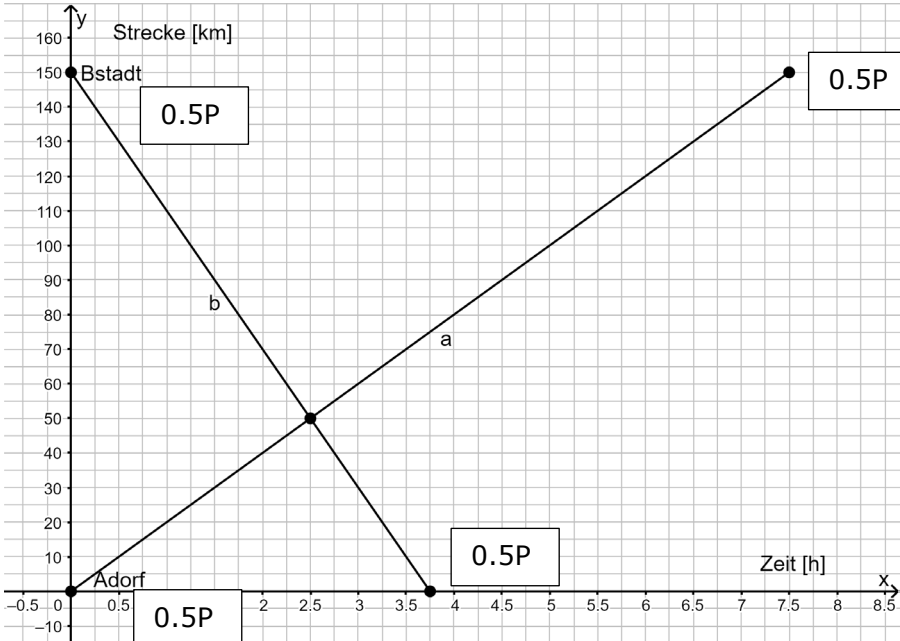
Teil A ohne Taschenrechner 45 Minuten		
Hinweise	<ul style="list-style-type: none"> • Alle Lösungsblätter (auch Notizblätter) sind mit Namen und Vornamen versehen abzugeben. • Die Aufgaben sind ohne Taschenrechner zu lösen. • Achten Sie auf eine saubere und übersichtliche Darstellung! • Alle Lösungswege müssen ersichtlich sein. • Aufgaben ohne Lösungsweg ergeben keine Punkte. • Nummerieren Sie die Aufgaben und trennen Sie sie deutlich mit einem Querstrich voneinander. • Heben Sie das gültige Schlussresultat deutlich hervor. • Tipp: Machen Sie Skizzen zu den Situationen (Textaufgaben). • Die Reihenfolge der Aufgaben ist frei wählbar. 	mögliche Punktzahl
Nr. 1	<p>Berechnen und vereinfachen Sie folgende Terme so weit wie möglich.</p> <p>a) $5 - 2[x - 3(7 + x)] + 4x$ $5 - 2[x - 21 - 3x] + 4x =$ 0.5P (von innen nach aussen) $5 - 2x + 42 + 6x + 4x =$ 0.5P $8x + 47$ 0.5P</p>	1.5
	<p>b) $3a + 5a \cdot 4b - 2b \cdot 4a$ $3a + 20ab - 8ab =$ 1P (je 0.5P Punkt vor Strich) $3a + 12ab$ 0.5P</p>	1.5
	<p>c) $(-24x^2yz^2) : (4xyz) \cdot (-3y)$ $(-6xz) \cdot (-3y)$ 1P (von links nach rechts; Ergebnis) $18xyz$ 0.5P</p>	1.5
Nr. 2	<p>Berechnen Sie die folgenden Terme und kürzen Sie diese so weit wie möglich.</p> <p>a) $\frac{4a}{15b^2} \cdot \frac{5b}{9a} : \frac{8a^2}{3}$ $\frac{4a}{15b^2} \cdot \frac{5b}{9a} \cdot \frac{3}{8a^2}$ 0.5P (mal Kehrwert) $\frac{1}{18a^2b}$ 1.5P (je 0.5 für $\frac{1}{18}$, a^2 und b)</p>	2
	<p>b) $\frac{18x^2yz - 12xy^3}{12x^2z^2 - 8xy^2z}$ $\frac{6xy(3xz - 2y^2)}{4xz(3xz - 2y^2)}$ 2P (je 1P für ausklammern) $\frac{3y}{2z}$ 0.5P (gekürzt)</p>	2.5

	<p>c) $\frac{2}{3b} - \frac{3}{5c} + \frac{5}{2a}$</p> $\frac{2 \cdot 10ac}{30abc} - \frac{3 \cdot 6ab}{30abc} + \frac{5 \cdot 15bc}{30abc}$ $\frac{20ac - 18ab + 75bc}{30abc}$	<p>2P (je 0.5P für den HN und pro Zähler)</p> <p>0.5P (zusammengefasst)</p>	2.5																		
	<p>d) $\frac{7-x}{15} + \frac{3x+2}{5} - \frac{5x+8}{9}$</p> $\frac{3(7-x)}{45} + \frac{9(3x+2)}{45} - \frac{5(5x+8)}{45}$ $\frac{21-3x+27x+18-25x-40}{45}$ $\frac{-x-1}{45} = -\frac{x+1}{45}$	<p>1.5P (je 0.5P pro Bruch mit dem HN)</p> <p>1P (ausmultipliziert)</p> <p>0.5P (zusammengefasst)</p>	3																		
Nr. 3	<p>Berechnen Sie die folgenden Terme und vereinfachen Sie so weit wie möglich.</p> <p>a) $(2a + 3)(a - 7)$</p> $2a^2 - 14a + 3a - 21$ $2a^2 - 11a - 21$	<p>1P (ausmultipliziert)</p> <p>0.5P (zusammengefasst)</p>	1.5																		
	<p>b) $(4x - 7y)^2$</p> $16x^2 - 56xy + 49y^2$	<p>1.5P (je 0.5P pro Glied)</p>	1.5																		
	<p>c) $\sqrt{(4e)^2} - \frac{e}{2} \cdot \sqrt{16e \cdot 4e}$</p> $4e - \frac{e}{2} \cdot 8e$ $4e - 4e^2$	<p>1P (je 0.5P Wurzel gezogen)</p> <p>0.5P (multipliziert)</p>	1.5																		
Nr. 4	<p>Paul macht für das Schulfest ein Birchermüesli. Seine Einkaufsliste sieht wie folgt aus:</p> <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <thead> <tr> <th>Produkt</th> <th>Menge</th> <th>Preis in CHF</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>Äpfel</td> <td>2.5 kg</td> <td>3.— pro kg</td> </tr> <tr> <td>Birnen</td> <td>1.3 kg</td> <td>4.— pro kg</td> </tr> <tr> <td>Haferflocken</td> <td>1 Packung à 1 kg</td> <td>2.50 pro kg</td> </tr> <tr> <td>Milch</td> <td>3 l*</td> <td>1.— pro l</td> </tr> <tr> <td>Joghurt</td> <td>8 Stück à 150g</td> <td>1.10 pro Stück</td> </tr> </tbody> </table> <p style="text-align: center;">* 1l ≙ 1kg</p> <p>Er mischt alle Zutaten und füllt die Mischung in Becher à 250g ab.</p>	Produkt	Menge	Preis in CHF	Äpfel	2.5 kg	3.— pro kg	Birnen	1.3 kg	4.— pro kg	Haferflocken	1 Packung à 1 kg	2.50 pro kg	Milch	3 l*	1.— pro l	Joghurt	8 Stück à 150g	1.10 pro Stück		
Produkt	Menge	Preis in CHF																			
Äpfel	2.5 kg	3.— pro kg																			
Birnen	1.3 kg	4.— pro kg																			
Haferflocken	1 Packung à 1 kg	2.50 pro kg																			
Milch	3 l*	1.— pro l																			
Joghurt	8 Stück à 150g	1.10 pro Stück																			

	<p>a) Wie viele Becher ergibt die Mischung?</p> $2.5 + 1.3 + 1 + 3 + 8 \cdot 0.15 = 9 \text{ kg} \quad 1\text{P}$ $4 \cdot 9 = 36 \text{ oder } 9000 : 250 = \mathbf{36 \text{ Becher}} \quad 0.5\text{P}$	1.5
	<p>b) Wie viel kostet ihn ein Becher im Durchschnitt? (Falls Sie a) nicht lösen konnten, gehen Sie von 30 Bechern aus.)</p> $2.5 \cdot 3 + 1.3 \cdot 4 + 2.5 + 3 \cdot 1 + 8 \cdot 1.10 = \text{CHF } 27.- \quad 1\text{P}$ $\frac{27}{36} = \frac{3}{4} = 0.75 \quad \text{alternativ } \frac{27}{30} = \frac{9}{10} = 0.9 \quad 1\text{P (gekürzt oder dezimal)}$ <p>Ein Becher kostet CHF 0.75 oder 75 Rp.</p>	2
Nr. 5	<p>Für die gesuchte Zahl f gilt die Formel: $f = \frac{4a+13b}{c}$ Nun weiss man, dass $a = 6$ und $c = 5$ ist. Wie gross muss b sein, damit $f = 10$ herauskommt?</p> $10 = \frac{4 \cdot 6 + 13b}{5} \quad 0.5\text{P}$ $50 = 24 + 13b \quad 0.5\text{P}$ $26 = 13b \quad 0.5\text{P}$ $\mathbf{2 = b} \quad 0.5\text{P}$	2
Nr. 6	<p>Auf einer Grossbaustelle gelten für alle Maurerarbeiten die gleichen Tarife. Das heisst, alle Maurer bekommen den gleichen Stundenlohn. So kosten zum Beispiel zwei Maurer, welche miteinander für einen Auftrag je 5 Stunden gearbeitet haben, zusammen CHF 900.—.</p> <p>a) Wie viel würde es kosten, wenn drei Maurer miteinander gleichzeitig je 4 Stunden gehabt hätten?</p> $900 : 10 = 90 \quad 1\text{P}$ $12 \cdot 90 = \mathbf{CHF 1080.-} \quad 1\text{P}$	2
	<p>b) Wir nehmen nun an, dass alle Maurer auch gleich schnell arbeiten. Wie lange haben die drei Maurer bei a) für den Auftrag, der oben im Beispiel beschrieben ist (in Stunden und Minuten)?</p> $2 \text{ Maurer} \rightarrow 5h \quad 0.5\text{P}$ $3 \text{ Maurer} \rightarrow xh \quad 0.5\text{P}$ $x = \frac{2 \cdot 5}{3} = 3 \frac{1}{3}h \quad 0.5\text{P}$ <p>Es dauert 3 Stunden und 20 Minuten. 0.5P</p>	2

Teil B mit Taschenrechner 45 Minuten																		
Hinweise	<ul style="list-style-type: none"> • Alle Lösungsblätter (auch Notizblätter) sind mit Namen und Vornamen versehen abzugeben. • Sie dürfen einen netzunabhängigen, nicht programmierbaren Taschenrechner verwenden. • Achten Sie auf eine saubere und übersichtliche Darstellung! • Alle Lösungswege müssen ersichtlich sein. • Aufgaben ohne Lösungsweg ergeben keine Punkte. • Nummerieren Sie die Aufgaben und trennen Sie sie deutlich mit einem Querstrich voneinander. • Heben Sie das gültige Schlussresultat deutlich hervor. • Die Reihenfolge der Aufgaben ist frei wählbar. 	<i>mögliche Punktzahl</i>																
Nr. 7	<p>Albert, Beat und Dani teilen einen Lottogewinn von CHF 1'170.— untereinander auf.</p> <p>a) Beat erhält die Hälfte von Dani. Albert hingegen das Dreifache von Beat. Wie viel Geld bekommt nun jeder einzelne von ihnen?</p> <table style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="width: 30%;">A: $\frac{3x}{2}$ CHF</td> <td style="width: 10%;">0.5P</td> <td style="width: 30%;">$\frac{3x}{2} + \frac{x}{2} + x = 1'170$</td> <td style="width: 10%;">0.5P</td> </tr> <tr> <td>B: $\frac{x}{2}$ CHF</td> <td>0.5P</td> <td>$3x + x + 2x = 2'340$</td> <td>0.5P</td> </tr> <tr> <td>D: x CHF</td> <td></td> <td>$x = 390$</td> <td>0.5P</td> </tr> </table> <p>Dani erhält CHF 390.—, Beat CHF 195.— und Albert CHF 585.—.</p> <table style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="width: 30%;"></td> <td style="width: 10%;">0.5P</td> <td style="width: 30%;"></td> <td style="width: 10%;">0.5P</td> </tr> </table>	A: $\frac{3x}{2}$ CHF	0.5P	$\frac{3x}{2} + \frac{x}{2} + x = 1'170$	0.5P	B: $\frac{x}{2}$ CHF	0.5P	$3x + x + 2x = 2'340$	0.5P	D: x CHF		$x = 390$	0.5P		0.5P		0.5P	3.5
A: $\frac{3x}{2}$ CHF	0.5P	$\frac{3x}{2} + \frac{x}{2} + x = 1'170$	0.5P															
B: $\frac{x}{2}$ CHF	0.5P	$3x + x + 2x = 2'340$	0.5P															
D: x CHF		$x = 390$	0.5P															
	0.5P		0.5P															
	<p>b) Eine andere Idee ist, den Betrag im Verhältnis ihres Alters aufzuteilen. Albert ist 16, Beat 20, Dani 29 Jahre alt. Wie viel erhält jeder bei dieser Variante?</p> <table style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="width: 30%;">$16x + 20x + 29x = 1'170$</td> <td style="width: 10%;">1P</td> <td style="width: 30%;">$16 \cdot 18 = 288$</td> <td style="width: 10%;"></td> </tr> <tr> <td>$x = 18$</td> <td>0.5P</td> <td>$20 \cdot 18 = 360$</td> <td></td> </tr> <tr> <td></td> <td></td> <td>$29 \cdot 18 = 522$</td> <td></td> </tr> </table> <p>Albert erhält CHF 288.—, Beat CHF 360.— und Dani CHF 522.—.</p> <table style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="width: 30%;"></td> <td style="width: 10%;">0.5P</td> <td style="width: 30%;"></td> <td style="width: 10%;">0.5P</td> </tr> </table>	$16x + 20x + 29x = 1'170$	1P	$16 \cdot 18 = 288$		$x = 18$	0.5P	$20 \cdot 18 = 360$				$29 \cdot 18 = 522$			0.5P		0.5P	3
$16x + 20x + 29x = 1'170$	1P	$16 \cdot 18 = 288$																
$x = 18$	0.5P	$20 \cdot 18 = 360$																
		$29 \cdot 18 = 522$																
	0.5P		0.5P															
Nr. 8	<p>Lösen Sie folgende Gleichungen nach x auf.</p> <p>a) $3x - 21 = 2x - 4(x - 1)$</p> <table style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="width: 30%;">$3x - 21 = 2x - 4x + 4$</td> <td style="width: 10%;"></td> <td style="width: 30%;"></td> <td style="width: 10%;">0.5P</td> </tr> <tr> <td>$5x = 25$</td> <td></td> <td></td> <td>0.5P</td> </tr> <tr> <td>$x = 5$</td> <td></td> <td></td> <td>0.5P</td> </tr> </table>	$3x - 21 = 2x - 4x + 4$			0.5P	$5x = 25$			0.5P	$x = 5$			0.5P	1.5				
$3x - 21 = 2x - 4x + 4$			0.5P															
$5x = 25$			0.5P															
$x = 5$			0.5P															

	<p>b) $\frac{5x}{3} - \frac{2}{5} = \frac{1}{3} + 20x \quad / \cdot 15$ 0.5P (HN)</p> <p>$25x - 6 = 5 + 300x$ 1P (ohne Nenner)</p> <p>$-11 = 275x$ 0.5P</p> <p>$-\frac{1}{25} = -0.04 = x$ 0.5P</p>	2.5
Nr. 9	<p>Karla wiegt 62 kg.</p> <p>a) Bettina wiegt 20% weniger als Karla. Wie viel mehr wiegt Karla als Bettina in Prozent ?</p> <p>$62kg \rightarrow 100\%$ $49.6kg \rightarrow 100\%$ $xkg \rightarrow 80\%$ $(62kg - 49.6kg) \rightarrow x\%$ $x = \frac{80 \cdot 62}{100} = 49.6kg$ 1P $x = \frac{12.4 \cdot 100}{49.6} = 25\%$ 1P</p> <p>Karla wiegt 25% mehr als Bettina.</p>	2
	<p>b) Karla nimmt 12% von ihrem Gewicht ab. Wie viel % kann Bettina zunehmen, bis sie gleich schwer ist wie Karla? (Falls Sie a) nicht lösen konnten, nehmen Sie 45.467kg für Bettina.)</p> <p>$62kg \rightarrow 100\%$ $49.6kg \rightarrow 100\%$ $45.467kg \rightarrow 100\%$ $xkg \rightarrow 88\%$ $(54.56 - 49.6)kg \rightarrow x\%$ $(54.56 - 45.467)kg \rightarrow x\%$ $x = \frac{88 \cdot 62}{100} = 54.56kg$ 1P $x = \frac{4.96 \cdot 100}{49.6} = 10\%$ 1P $x = \frac{9.093 \cdot 100}{45.467} = 20\%$</p> <p>Bettina könnte 10% zunehmen.</p>	2
Nr. 10	<p>Paula wirft mit 3 Spielwürfeln, welche je die Augenzahlen 1 bis 6 zeigen können.</p> <p>a) Wie gross ist die Wahrscheinlichkeit, dass die drei Würfel genau die gleiche Augenzahl zeigen?</p> <p>Es gibt 6 Möglichkeiten, dass alle die gleiche Augenzahl haben. 0.5P Es gibt im Gesamten $6 \cdot 6 \cdot 6 = 216$ Möglichkeiten. 0.5P Wahrscheinlichkeit $\frac{6}{216} = \frac{1}{36}$ oder 2.78%. 1P</p>	2
	<p>b) Wie gross ist die Wahrscheinlichkeit, dass Sie in der Summe höchstens vier Augen wirft.</p> <p>Für höchstens vier Augen sind es 4 Möglichkeiten (111, 112, 121, 211) 1P Wahrscheinlichkeit $\frac{4}{216} = \frac{1}{54}$ oder 1.85%. 1P (Für das Übersehen der Möglichkeit 111 0.5P abziehen)</p>	2

<p>Nr. 11</p>	<p>Ein Winzer füllt den ganzen Inhalt aus einem Stahltank in Flaschen zu 0.75 l und zu 0.5 l ab. Daneben benutzt er für besondere Anlässe auch noch eine Sorte Spezialflaschen, welche 1.5 l Wein fassen. Von den Flaschen zu 0.75 l füllt er 800 Flaschen mehr ab als von den Flaschen zu 0.5 l. Von den Spezialflaschen füllt er nur gerade 210 Stück ab. Im Gesamten hat er am Ende 2'730 Flaschen abgefüllt. Wie viele Liter Wein waren im Stahltank?</p> <p>0.5 l Flaschen → x Fl. 0.5P 0.75 l Flaschen → x + 800 Fl. 1.5 l Flaschen → 210 Fl.</p> <p>$x + x + 800 + 210 = 2'730$ 1P $2x + 1010 = 2'730$ $x = 860$ Fl. 0.5P</p> <p>0.5 l Flaschen → 860 Fl. → 430 l 0.5P 0.75 l Flaschen → 1660 Fl. → 1'245 l 0.5P 1.5 l Flaschen → 210 Fl. → 315 l 0.5P</p> <p>Der Tank enthielt 1990 l Wein. 0.5P</p>	<p>4</p>
<p>Nr. 12</p>	<p>Auf der 150 km langen Strecke von Adorf nach Bstadt fährt eine Regionalbahn. Da der Verlauf der Schienen sehr steil ist, kann der Zug von Adorf nach Bstadt nur mit einer durchschnittlichen Geschwindigkeit von 20 km/h fahren. In der Gegenrichtung sind dagegen 40 km/h möglich, weil es ja bergab geht. Beide Züge fahren jeweils um die gleiche Uhrzeit von ihren Bahnhöfen ab.</p> <p>a) Zeichnen Sie die beiden Fahrten in das unten angeführte Koordinatensystem ein?</p> 	<p>2</p>

	<p>b) Bei welcher Kilometermarke muss auf der Strecke ein Doppelgeleise bestehen, damit die Züge kreuzen können? (Lesen Sie aus Ihrer Grafik ab oder berechnen Sie den Punkt)</p> <p>50 km nach Adorf muss es sein. 1P</p>	1
	<p>c) Wie lange dauert die Fahrt, bis sie sich treffen? (Lesen Sie aus Ihrer Grafik ab oder berechnen Sie den Punkt)</p> <p>Sie dauert 2.5 Stunden. 1P</p>	1
	<p>d) Eine neue Zugskomposition soll auf der Strecke von Bstadt nach Adorf getestet werden. Diese kann sogar im Durchschnitt 45 km/h fahren. Wie lange muss diese (in Minuten und Sekunden) am Kreuzungspunkt warten, damit der «alte» Zug aus Adorf kreuzen kann? (Falls Sie b) nicht lösen konnten, nehmen Sie 43 km von Adorf bis zum Doppelgeleise.)</p> <p>$45\text{km} \rightarrow 60\text{ min}$ $100\text{km} \rightarrow x\text{ min}$ $x = \frac{100 \cdot 60}{45} = 133\frac{1}{3}\text{ min}$ 1P $150 - 133\frac{1}{3} = 16\frac{2}{3}$ 0.5P Er muss 16 min 40 s warten. 0.5P</p> <p>$45\text{km} \rightarrow 60\text{ min}$ $107\text{km} \rightarrow x\text{ min}$ $x = \frac{107 \cdot 60}{45} = 142\frac{2}{3}\text{ min}$ 1P $150 - 142\frac{2}{3} = 7\frac{1}{3}\text{ min}$ 0.5P Er muss 7 min 20 s warten. 0.5P</p>	2