

Mathematik - Lösungen



Berufsfachschulen Graubünden

AUFNAHMEPRÜFUNG BERUFSMATURITÄT 2020

1. April 2020

Teil A ohne Taschenrechner 45 Minuten			
Nr. 1	Vereinfachen Sie so weit wie möglich.		
	a) $(-27xy) : (-9x) = 3y$ Vorzeichen, Zahlen, Buchstaben: je 0.5	1.5	1.5
	b) $4m - [20m + 2(8 - 9m) - 15] =$ runde Klammer auflösen: $4m - [20m + 16 - 18m - 15]$ eckige Klammer auflösen: $4m - 20m - 16 + 18m + 15$ ausrechnen: $2m - 1$	1 0.5 1	2.5
	c) $(-3e) - 4e \cdot (-6ef) + 8e \cdot (-3ef) =$ Einhalten der Prioritätenregel, Multiplikation: $(-3e) + 24e^2f - 24e^2f$ Vorzeichen, Zahlen, Buchstaben je 0.5 Resultat: $(-3e)$	1.5 0.5	2
d) $(x - 3)(x + 7) + (x - 5)^2 - 2x^2 =$ Binome multiplizieren: $(x - 3)(x + 7) = x^2 + 4x - 21$ Binom quadrieren: $(x - 5)^2 = x^2 - 10x + 25$ zusammenfassen: $x^2 + 4x - 21 + x^2 - 10x + 25 - 2x^2 = -6x + 4$	1 1 1	3	
Nr. 2	Vereinfachen Sie so weit wie möglich. Geben Sie das Resultat wenn möglich als gekürzten Bruch an.		
	a) $\frac{8t+4s}{18} : \frac{3s+6t}{9} =$ ausklammern: $4(2t + s)$ und $3(s + 2t)$ Multiplikation mit Kehrbruch: $\frac{4(2t+s)}{18} \cdot \frac{9}{3(s+2t)}$ kürzen: $\frac{2}{3}$	1 1 1	3
	b) $\frac{x-3y}{14} - \frac{2y-4x}{4} =$ gemeinsamer Nenner: $HN = 28$ (56) erweitern: $\frac{2(x-3y)}{2 \cdot 14} - \frac{7(2y-4x)}{7 \cdot 4}$ auf einen Bruch und Vorzeichen: $\frac{2x-6y-14y+28x}{28}$ zusammenfassen und kürzen: $\frac{30x-20y}{28} = \frac{10(3x-2y)}{28} = \frac{5(3x-2y)}{14}$	0.5 1 0.5 1	3

	<p>c) $\frac{2a^2-12a}{a^2-5a-6} =$</p> <p>faktorisieren: $\frac{2a(a-6)}{(a-6)(a+1)}$</p> <p>kürzen: $\frac{2a(a-6)}{(a-6)(a+1)} = \frac{2a}{a+1}$</p> <p>(Abzug -0.5 Punkt, falls jemand aus Summe noch weiterkürzt)</p>	2 1	3
Nr. 3	<p>Vereinfachen Sie so weit wie möglich.</p> <p>a) $\left(\frac{1}{2}\right)^2 : \frac{1}{2^2} + \sqrt{49} =$</p> <p>$\frac{1}{4} \cdot \frac{4}{1} + 7 = 8$</p> <p>quadriert · Kehbruch + Wurzel = Resultat</p> <p>Punkte: 0.5 1 0.5 0.5</p>		2.5
	<p>b) $\sqrt{(11h)^2 - 105h^2} =$</p> <p>$\sqrt{121h^2 - 105h^2} = \sqrt{16h^2} = 4h$</p> <p>quadriert Differenz Zahl Buchstabe</p> <p>Punkte; 1 0.5 0.5 0.5</p>		2.5
Nr. 4	<p>Lösen Sie die folgenden Gleichungen nach x auf.</p> <p>a) $x^2 + 2x + 1 + 4x^2 - 20x = 5x^2 - 30x + 25$</p> <p>vereinfacht: $12x = 24$</p> <p>Resultat: $x = 2$</p>	1 0.5	1.5
	<p>b) $\frac{2+x}{9} = \frac{1}{3} - \frac{2x-1}{6}$</p> <p>auf Hauptnenner erweitert: $\frac{2 \cdot (2+x)}{2 \cdot 9} = \frac{6 \cdot 1}{6 \cdot 3} - \frac{3 \cdot (2x-1)}{3 \cdot 6}$</p> <p>mit Nenner multipliziert: $4 + 2x = 6 - 6x + 3$</p> <p>Gleichung vereinfacht: $8x = 5$</p> <p>Resultat: $x = \frac{5}{8}$</p>	1 0.5 0.5 0.5	2.5
Nr. 5	<p>a) Lösen Sie den Ausdruck $\frac{ac}{d} = b$ nach d auf.</p> <p>Multiplikation mit d: $ac = bd$</p> <p>Division durch b: $\frac{ac}{b} = d$</p>	1 0.5	1.5
	<p>b) Setzen Sie $a = 5 \cdot 10^{19}, b = 0.1 \cdot 10^6, c = 40$ ein und berechnen Sie d.</p> <p>Berechnung des Zählers: $ac = 200 \cdot 10^{19}$</p> <p>Berechnung des Nenners: $b = 1'000'000 : 10 = 100'000$ oder 10^5</p> <p>Division: $d = 2 \cdot 10^{16}$ (oder $d = 200 \cdot 10^{14}$)</p>	0.5 0.5 1	2

Nr. 6	<p>Von Chur ans Nordkap sind es rund 3600 Kilometer.</p> <p>a) Armando möchte mit dem Velo von Chur ans Nordkap fahren. Wie viele Tage wäre er unterwegs, wenn er pro Tag 12 Stunden lang mit einer mittleren Geschwindigkeit von 25 km/h fahren könnte?</p> <p>Täglich zurückgelegte Strecke; $12 \cdot 25 \text{ km} = 300 \text{ km}$ in einem Tag 1 Strecke dividiert durch Geschw. $3600 \text{ km} : 300 \text{ km/d}$ in 12 Tagen 1</p>	2
	<p>b) Bettina ist eine Ausnahmeathletin und kann die gesamte Strecke in einem Stück in 160 Stunden durchfahren. Zeichnen Sie ihre Fahrt ins untenstehende s-t-Diagramm ein.</p> <p>Korrektes Einzeichnen von Bettinas Fahrt 1</p>	1
	<p>c) Christian begleitet Bettina, legt jedoch nach 900 km eine Pause von 20 Stunden ein. Dann setzt er seine Fahrt so fort, dass er gleichzeitig mit Bettina am Nordkap ankommt. Zeichnen Sie Christians Fahrt mit einer anderen Farbe ebenfalls ins Diagramm ein.</p> <p>Pro Teilstrecke 0.5 1.5</p>	1.5
	<p>d) Mit welcher Geschwindigkeit muss Christian nach der Pause weiterfahren, um gleichzeitig mit Bettina am Ziel anzukommen?</p> <p>Berechnung gemeinsame Fahrtzeit: 3600 km in 160 h 900 km in 40 h 0.5 Verbleibende Zeit: $160 \text{ h} - 40 \text{ h} - 20 \text{ h} = 100 \text{ h}$ 0.5 Verbleibende Strecke: $3600 \text{ km} - 900 \text{ km} = 2700 \text{ km}$ 0.5 Geschwindigkeit: $2700 \text{ km} : 100 \text{ h} = 27 \text{ km/h}$ 1</p> <div style="text-align: center;"> </div>	2.5

Teil B mit Taschenrechner 45 Minuten			
Nr. 7	<p>Bei einer Tombola gewinnt man, wenn es einem gelingt, aus einer Urne zweimal hintereinander eine rote Kugel zu ziehen. In der Urne befinden sich 5 rote Kugeln und 15 schwarze Kugeln.</p> <p>a) Wie gross ist die Wahrscheinlichkeit zu gewinnen, wenn nach jedem Zug einer Kugel deren Farbe angeschaut wird und die Kugel vor dem nächsten Zug zurück in die Urne gelegt wird?</p> <p>Berechnung der Ein-Zug-Wahrscheinlichkeit: Verhältnis der roten Kugeln zur Summe: $p_r = \frac{5}{15+5}$ 0.5 $= \frac{1}{4}$ oder 0.25 oder 25 % 0.5</p> <p>Berechnung der Gesamtwahrscheinlichkeit: Produktbildung 0.5 Zweiter Faktor gleich erstem Faktor 0.5 Resultat: $P(rr) = \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{4} = \frac{1}{16}$ 0.5</p>	2.5	
	<p>b) Wie gross ist die Wahrscheinlichkeit zu gewinnen, wenn die erste gezogene Kugel nicht mehr zurückgelegt wird?</p> <p>Ersatz des zweiten Faktors in a) durch $\frac{4}{19}$: $P(rr) = \frac{5}{20} \cdot \frac{4}{19} = \frac{4}{76}$ 1 $= \frac{1}{19}$ oder 0.053 oder 5.3 % 0.5</p>	1.5	
Nr. 8	<p>Nach einem extremen Kurszerfall einer Aktie entschliesst sich Dimi, in diese Aktie zu investieren. Zu diesem Zeitpunkt kostet eine Aktie 3'937.- Fr. Dimi kauft sich 10 Aktien.</p> <p>a) Vor dem Kurszerfall der Aktie hatte diese einen Wert von 19'685.- Fr. Um wie viel % ist der Wert der Aktie zurückgegangen?</p> <p>Bezugswert: 19'685 $\hat{=}$ 100 % 0.5 Prozentuales Verhältnis: $3'937 \hat{=} \frac{100\% \cdot 3937}{19685}$ 1 $\hat{=} 20$ % 0.5 Veränderung: 100 % - 20 % = 80 % 0.5 ODER Rückgang in Franken: 19'685 - 3'937 = 15'748 (0.5) Bezugswert: 19'685 $\hat{=} 100$ % (0.5) Prozentuales Verhältnis: $15'748 \hat{=} \frac{100\% \cdot 15748}{19685}$ (1) $\hat{=} 80$ % (0.5)</p>	2.5	

Nr. 8	b) Dimi erhofft sich, dass der Kurs der Aktie wieder auf den Stand von vor dem Kurszerfall zurückkehrt. Wie viel Geld würde er damit verdienen?		2		
	Differenz:	$19'685 - 3'937 = 15'748 \text{ Fr.}$		1	
	Multiplikation:	$10 \cdot 15'748 = 157'480 \text{ Fr.}$	1		
Nr. 8	c) Um wie viel % muss der Wert der Aktie steigen, damit Dimi sein Ziel erreicht?		2.5		
	Bezugswert:	$3937 \triangleq 100 \%$		0.5	
	Prozentuales Verhältnis:	$19'685 \triangleq \frac{100\% \cdot 19685}{3937}$		1	
		$\triangleq 500 \%$		0.5	
	Anstieg:	$500 \% - 100 \% = 400 \%$		0.5	
Wenn statt dem Ausgangswert der Zielwert gleich 100 % gesetzt wird, wird insgesamt 1 Punkt abgezogen.					
Nr. 9	Ein Party-Service verwendet für seine Spezial-Fonduemischung Gruyère-Käse zum Preis von 20.70 Fr./kg und Vacherin-Käse zum Preis von 15.30 Fr./kg. In der Mischung ist der Anteil Gruyère doppelt so schwer wie der Anteil Vacherin. Wie viele kg Vacherin sind in einer 340.20 Fr. teuren Fonduemischung enthalten? <i>Ausprobieren gibt keine Punkte!</i>			4.5	
		Gruyère	Vacherin		
	Bestimmung der Massenanteile [kg]:	2x	x		1
	Bestimmung der Preisanteile [Fr.]:	$2x \cdot 20.70$	$x \cdot 15.30$		1
	Gleichung:	$2x \cdot 20.70 + x \cdot 15.30 = 340.20$ $41.4x + 15.3x = 340.20$ $56.7x = 340.20$ $x = 6 \text{ kg}$			1 0.5 0.5 0.5

Nr. 10	<p>Aus einem Wasserhahn mit der Querschnittsfläche 1.25 cm^2 strömt Wasser mit einer Geschwindigkeit von 2 m/s.</p> <p>a) Wie viele Liter Wasser werden pro Sekunde geliefert? Umwandlung in gleiche Masseinheiten: $2 \text{ m} = 200 \text{ cm}$ 0.5 Zylindervolumen: $200 \text{ cm} \cdot 1.25 \text{ cm}^2 = 250 \text{ cm}^3$ 1 Umwandlung in Liter: $250 \text{ cm}^3 = 0.25 \text{ dm}^3 = 0.25 \text{ l}$ 1</p>	2.5	
	<p>b) Wie lange dauert es, bis 1.45 Liter geliefert sind? 0.25 l innerhalb von 1 s 0.05 l innerhalb von 0.2 s 0.5 1.45 l innerhalb von 5.8 s 1 Oder direkt: $\frac{1.45 \text{ l}}{0.25 \frac{\text{l}}{\text{s}}} = 5.8 \text{ s}$ (1.5)</p>	1.5	
Nr. 11	<p>Um 12.00 Uhr stehen Stunden- und Minutenzeiger einer Uhr genau übereinander.</p> <p>a) Wie viele <i>andere</i> Positionen bzw. Zeitpunkte gibt es, bei denen die beiden Zeiger ebenfalls genau übereinanderstehen? <i>Diese Aufgabe kann ohne Rechnung gelöst werden. Schreiben Sie Ihre Überlegungen auf.</i></p> <p><i>Überlegung:</i> Minutenzeiger muss jeweils eine Runde mehr machen als Stundenzeiger, dabei vergeht mehr als eine Stunde → nächste Position erst nach ein Uhr, dann nach zwei Uhr ... bis nach zehn Uhr 1 → 10 andere Positionen 0.5</p> <p>ODER: Minutenzeiger macht zwölf Umdrehungen, während Stundenzeiger eine macht → elf Umdrehungen mehr → zehn Überholvorgänge</p>	1.5	
	<p>b) Wie lange dauert es von einer Position zur nächsten? Elf Positionswechsel innerhalb von 12 Stunden 0.5 → $t = \frac{12}{11} \text{ h} = 1 \frac{1}{11} \text{ h} = 1 \text{ h } 5 \frac{5}{11} \text{ min}$ Zeitangabe mit beliebiger Masseinheit 1</p>	1.5	