



Mathematik

17. März 2018

Name _____

Vorname _____

Zeit 60 Minuten

Hilfsmittel Schreib und Zeichenutensilien, Formelsammlung, netzunabhängiger Taschenrechner ohne CAS

- Bemerkungen
- Schreiben Sie ausschliesslich mit blauer oder schwarzer Tinte bzw. Kugelschreiber.
 - Schlussresultate müssen klar gekennzeichnet werden, so dass sie sich von den Zwischenresultaten eindeutig unterscheiden.
 - Resultate ohne eindeutige und nachvollziehbare Lösungswege ergeben keine Punkte.
 - Resultate durch unbegründetes Versuchen und Raten werden nicht bewertet.

Maximale Punkte 30 Punkte

Erreichte Punkte _____ Punkte

Note _____

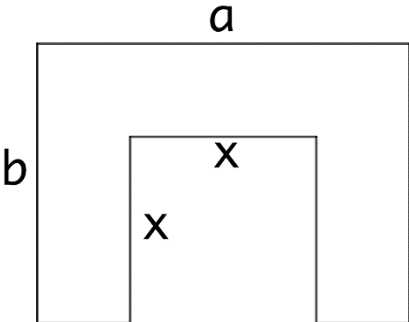
Examinatoren / Examinatorinnen

Simon Figini
Martin Frick
Peter Takacs
Peter Zingg

Experten / Expertinnen

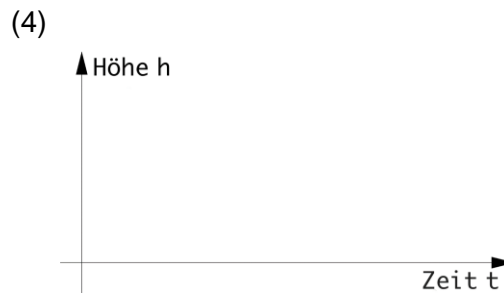
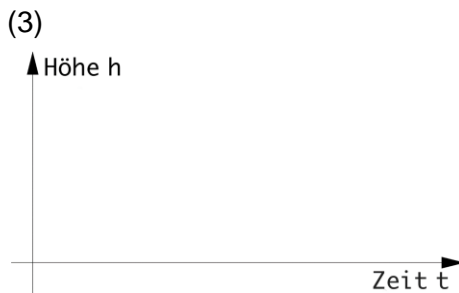
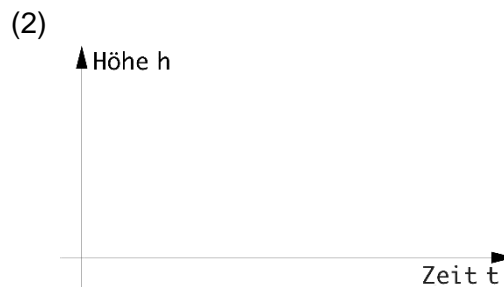
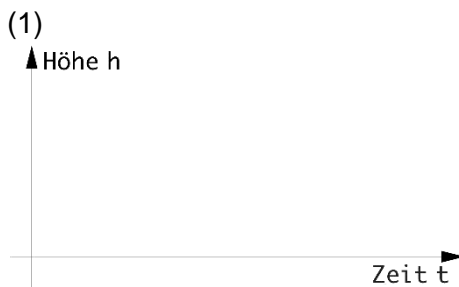
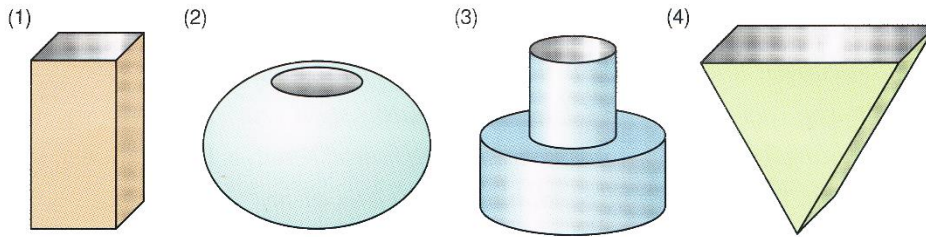
Lukas Schaffner
Wählen Sie ein Element aus.



Aufgaben	Punkte																					
<p>1. Vereinfachen Sie die Terme so weit wie möglich:</p> <p>a) $\frac{15}{3x} - \frac{9}{2 \cdot \frac{3}{2}x} =$</p> <p>b) $-\frac{1}{2}\left(2k + \frac{1}{3}l\right) - \left(-0.5k + \frac{1}{15}l\right) =$</p> <p>c) $\frac{ab^2 + ba^2}{a^2(a^2 + 2ab + b^2)} =$</p>	<p>2</p> <p>2</p> <p>2</p>																					
<p>2. Geben Sie jeweils die Lösungsmenge \mathbb{L} an, wenn die Grundmenge die reellen Zahlen sind.</p> <p>a) $(3x + 2)(3x - 2) - 25 = (4x - 5)(2x - 3) + x^2$</p> <p>b) $(x - 2)^{2018} < 0$</p>	<p>3</p> <p>1</p>																					
<p>3. Die skizzierte Figur ergibt sich, wenn aus einem Rechteck mit den Seitenlängen a und b ein Quadrat mit Seitenlänge x ausgeschnitten wird. A ist der Flächeninhalt, U der Umfang der Figur.</p> <p>Tragen Sie jeweils ein, ob die folgenden Aussagen wahr (w) oder falsch (f) sind.</p> <p>Hinweis zur Bewertung: 1 Punkt pro richtige Antwort; -1 Punkt pro falsche Antwort; 0 Punkte bei keiner Antwort, minimal 0 Punkte, maximal 6 Punkte</p> <div style="text-align: center;">  </div> <table border="1" data-bbox="223 1496 933 1792"> <thead> <tr> <th>Aussage</th> <th>Wahr</th> <th>Falsch</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>$A = ab - x^2$</td> <td><input type="checkbox"/></td> <td><input type="checkbox"/></td> </tr> <tr> <td>$A = b(a - x) + x(b - x)$</td> <td><input type="checkbox"/></td> <td><input type="checkbox"/></td> </tr> <tr> <td>$A = (a + b)^2 - 2x^2$</td> <td><input type="checkbox"/></td> <td><input type="checkbox"/></td> </tr> <tr> <td>$U = 2(a + b + x)$</td> <td><input type="checkbox"/></td> <td><input type="checkbox"/></td> </tr> <tr> <td>$U = a + 2b + (a - x) + 2x$</td> <td><input type="checkbox"/></td> <td><input type="checkbox"/></td> </tr> <tr> <td>$U = 1a + 2b + 3x$</td> <td><input type="checkbox"/></td> <td><input type="checkbox"/></td> </tr> </tbody> </table>	Aussage	Wahr	Falsch	$A = ab - x^2$	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	$A = b(a - x) + x(b - x)$	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	$A = (a + b)^2 - 2x^2$	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	$U = 2(a + b + x)$	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	$U = a + 2b + (a - x) + 2x$	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	$U = 1a + 2b + 3x$	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<p>6</p>
Aussage	Wahr	Falsch																				
$A = ab - x^2$	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>																				
$A = b(a - x) + x(b - x)$	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>																				
$A = (a + b)^2 - 2x^2$	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>																				
$U = 2(a + b + x)$	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>																				
$U = a + 2b + (a - x) + 2x$	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>																				
$U = 1a + 2b + 3x$	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>																				

4. Fließt Wasser gleichmässig in die abgebildeten Gefässe, so steigt die Füllhöhe h mit der Zeit t an. Skizzieren Sie für die dargestellten Gefässe jeweils die passenden Füllkurven.

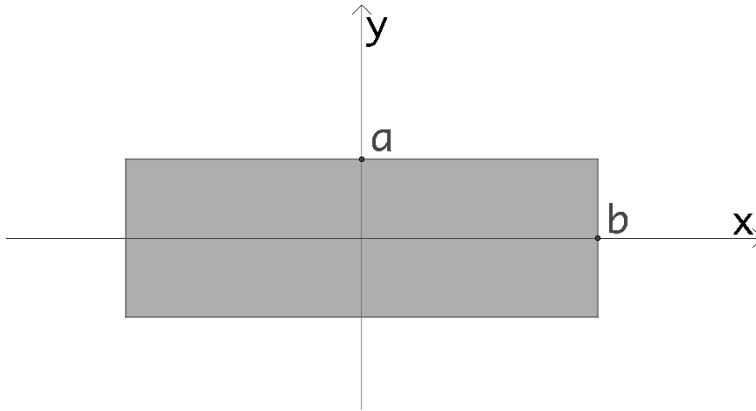
8



5. Beat besucht seinen Onkel in Malix und benötigt für Hin- und Rückweg zusammen 72 Minuten. Er fährt auf dem Rückweg dreimal so schnell, das heisst $14 \frac{km}{h}$ mehr als auf dem Hinweg. Wie lang ist ein Weg in Kilometer?

3

6. Gegeben ist ein Rechteck mit $a < b$. Rotiert man dieses Rechteck um die x -Achse so erhält man den Zylinder Z_x mit Volumen V_x . Bei Rotation um die y -Achse erhält man den Zylinder Z_y mit Volumen V_y .



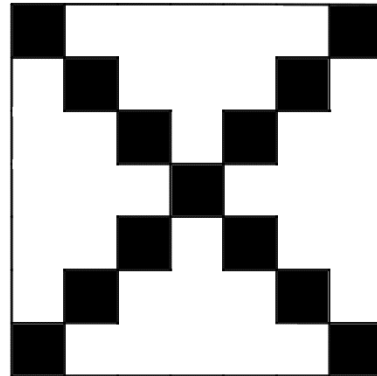
Kreuzen Sie alle korrekten Aussagen an:

Hinweis zur Bewertung: 1 Punkt pro korrekt angekreuzte Antwort; -1 Punkt pro falsch angekreuzte Antwort; minimal 0 Punkte.

$Z_x = Z_y$	<input type="checkbox"/>	$Z_x \neq Z_y$ mit $V_x > V_y$	<input type="checkbox"/>
$Z_x \neq Z_y$ mit $V_x = V_y$	<input type="checkbox"/>	$Z_x \neq Z_y$ mit $V_x < V_y$	<input type="checkbox"/>

7. In einem Quadrat der Seitenlänge 2018 sind Quadrate mit Seitenlänge 1 entlang der beiden Diagonalen schwarz gefärbt, die Restfläche ist weiss.

Beispiel: Für ein Quadrat mit Seitenlänge 7 sieht es so aus wie in der Skizze.



Berechnen Sie den Flächeninhalt der weissen Fläche des Quadrats mit Seitenlänge 2018 und kreuzen Sie alle korrekten Ergebnisse an.

Hinweis zur Bewertung: 1 Punkt pro korrekt angekreuzte Antwort; -1 Punkt pro falsch angekreuzte Antwort; minimal 0 Punkte.

$2015 \cdot 2015$	<input type="checkbox"/>	$2018^2 - 2 \cdot 2018 + 1$	<input type="checkbox"/>
$2016 \cdot 2017$	<input type="checkbox"/>	$2018^2 - 2 \cdot 2018 - 1$	<input type="checkbox"/>
$2016 \cdot 2016$	<input type="checkbox"/>	$2016 \cdot 2018$	<input type="checkbox"/>
$2017 \cdot 2017$	<input type="checkbox"/>	$2017 \cdot 2017 + 1$	<input type="checkbox"/>



Lösungsvorschlag:

1. a) $\frac{15}{3x} - \frac{9}{2\frac{3}{2}x} = \frac{5}{x} - \frac{3}{x} = \frac{2}{x}$

kürzen je $\frac{1}{2}$ Punkt, zusammenfassen 1 P

b) $-\frac{1}{2}\left(2k + \frac{1}{3}l\right) - \left(-0.5k + \frac{1}{15}l\right) = -k - \frac{1}{6}l + \frac{1}{2}k - \frac{1}{15}l = -\frac{1}{2}k - \frac{7}{30}l$

Klammern auflösen 1P; zusammenfassen 1P

c) $\frac{ab^2 + ba^2}{a^2(a^2 + 2ab + b^2)} = \frac{ab(b+a)}{a^2(a+b)^2} = \frac{b}{a(a+b)}$

Ausklammern $\frac{1}{2}$ P; Binom 1P; kürzen $\frac{1}{2}$ P

2. a) $(3x + 2)(3x - 2) - 25 = (4x - 5)(2x - 3) + x^2$
 $9x^2 - 4 - 25 = 8x^2 - 12x - 10x + 15 + x^2$
 $-29 = -22x + 15$
 $-29 - 15 = -22x$
 $-44 = -22x$
 $\frac{-44}{-22} = x = \frac{44}{22} = 2 \Rightarrow \mathbb{L} = \{2\}$

Ausmultiplizieren 1P; zusammenfassen 1P; richtiges x $\frac{1}{2}$ P; Lösungsmenge $\frac{1}{2}$ P

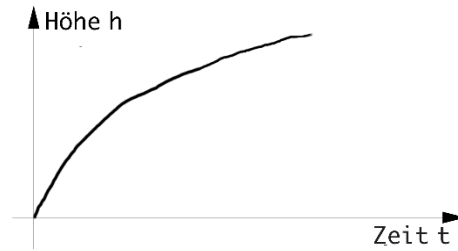
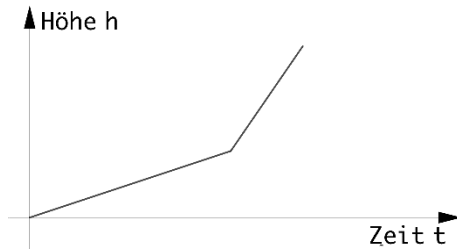
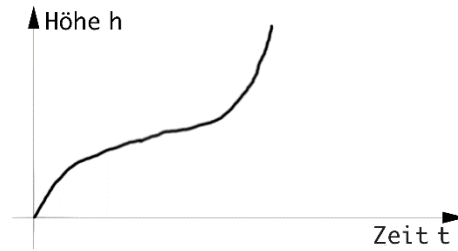
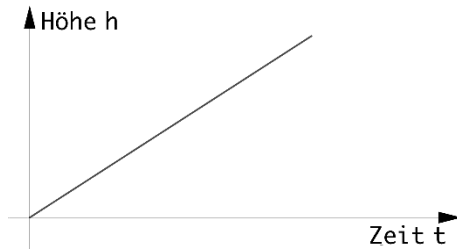
b) $\mathbb{L} = \{ \}$ denn irgend eine Zahl hoch eine gerade natürliche Zahl ist niemals negativ
 Lösungsmenge 1P

3.

Aussage	Wahr	Falsch
$A = ab - x^2$	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
$A = b(a - x) + x(b - x)$	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
$A = (a + b)^2 - 2x^2$	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
$U = 2(a + b + x)$	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
$U = a + 2b + (a - x) + 2x$	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
$U = 1a + 2b + 3x$	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>

Punkte wie beschrieben in der Aufgabe

4.



Je korrekte Kurve 2 Punkte

5. $v =$ Geschwindigkeit auf dem Hinweg in $\frac{km}{h}$
 $s =$ gesuchte Strecke in km , ein Weg

$$\begin{aligned} 3v &= v + 14 \frac{km}{h} \\ 3v - v &= 14 \frac{km}{h} \\ 2v &= 14 \frac{km}{h} \\ v &= 7 \frac{km}{h} \end{aligned}$$

(1 Punkt)

$$t_{Hin} = \frac{s}{7 \frac{km}{h}} \text{ Zeit für den Hinweg in Stunden}$$

$$t_{Rück} = \frac{s}{21 \frac{km}{h}} \text{ Zeit für den Rückweg in Stunden}$$

Gesamte Zeit für Hin- und Rückweg:

$$t_{Hin} + t_{Rück} = 72 \text{ Min} = 1.2 \text{ h}$$

$$\frac{s}{7 \frac{km}{h}} + \frac{s}{21 \frac{km}{h}} = 1.2 \text{ h}$$

(1 Punkt)

$$\frac{3s}{21 \frac{km}{h}} + \frac{s}{21 \frac{km}{h}} = 1.2 \text{ h}$$

$$\frac{4s}{21 \frac{km}{h}} = 1.2 \text{ h}$$

(1/2 Punkt)

$$s = 1.2 \text{ h} \cdot 21 \frac{km}{h} \cdot \frac{1}{4} = 6.3 \text{ km}$$

(1/2 Punkt)



Alternative Lösung:

Hinweg: einmal

Rückweg: dreimal so schnell, also zweimal mehr = $14 \frac{km}{h}$.

Einmal ist $7 \frac{km}{h}$. also fährt er auf dem Hinweg: $7 \frac{km}{h}$ (1 Punkt)

Hinweg: $7 \frac{km}{h}$; drei Viertel der Zeit

Rückweg: $21 \frac{km}{h}$; ein Viertel der Zeit

Ganze Zeit hin und zurück: $\frac{3}{4} 72 \text{ min} = 54 \text{ min}$ (1 Punkt)

Dreisatz:

$60 \text{ min} - 7 \text{ km}$

$6 \text{ min} - 0.7 \text{ km}$

$54 \text{ min} - 6.3 \text{ km}$ (1 Punkt)

6.

$Z_x = Z_y$	<input type="checkbox"/>	$Z_x \neq Z_y$ mit $V_x > V_y$	<input type="checkbox"/>
$Z_x \neq Z_y$ mit $V_x = V_y$	<input type="checkbox"/>	$Z_x \neq Z_y$ mit $V_x < V_y$	<input checked="" type="checkbox"/>

Punkte wie in der Aufgabe angegeben.

7.

$2015 \cdot 2015$	<input type="checkbox"/>	$2018^2 - 2 \cdot 2018 + 1$	<input checked="" type="checkbox"/>
$2016 \cdot 2017$	<input type="checkbox"/>	$2018^2 - 2 \cdot 2018 - 1$	<input type="checkbox"/>
$2016 \cdot 2016$	<input type="checkbox"/>	$2016 \cdot 2018$	<input type="checkbox"/>
$2017 \cdot 2017$	<input checked="" type="checkbox"/>	$2017 \cdot 2017 + 1$	<input type="checkbox"/>

Punkte wie in der Aufgabe angegeben.